

به نام خدا

دانشگاه صنعتی اصفهان - دانشکده علوم ریاضی
امتحان میان ترم ریاضی مهندسی

۱۳۹۶/۱/۳۱

وقت: ۱۳۰ دقیقه

۱ الف: سری فوریه تابع $f(x) = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$ ، $-\pi \leq x \leq \pi$ را بدست آورید. (۱۰ نمره)
ب: برای سری فوریه تابع $f(x)$ درستی اتحاد پارموال را تحقیق کنید. (۱۰ نمره)

۲ الف: نشان دهید جواب عمومی معادله موج داده شده،

$$a^2 u_{xx} = u_{tt}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0,$$

را می‌توان به صورت زیر نوشت (۱۵ نمره):

$$u(x, t) = \Phi(x - at) + \Psi(x + at).$$

ب: با استفاده از قسمت الف، جواب عمومی معادله زیر را بدست آورید. (۱۰ نمره):

$$u_{xx} = u_{tt} + 1, \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0.$$

۳ مسأله‌ی زیر را حل کنید. (۳۰ نمره):

$$\begin{cases} u_x = u_{xtt} + x + t, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(1, t) = t, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 1 + \cos(2\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

۴ معادله لاپلاس با شرایط داده شده را حل کنید. (۲۵ نمره):

$$\begin{cases} \tau^2 u_{\tau\tau} + \tau u_\tau + u_{\theta\theta} = 0, & 1 < \tau < e, \quad 0 < \theta < \frac{1}{\tau} \\ u(1, \theta) = 0, \\ u(e, \theta) = 0, \\ u(\tau, 0) = 0, \\ u(\tau, \frac{1}{\tau}) = \sqrt{\tau} \sin(\pi \ln \tau). \end{cases}$$

موفق باشید