

به نام خدا

(۱) اگر $a > 1$ و $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + 2}{a^{n+1} + 3}$ آنگاه

الف) $l = a$ (ب) $l = 2a$ (ج) $l = \frac{1}{a}$ (د) l وجود ندارد.

(۲) فرض کنیم $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4n} \right)^n + \frac{5^n}{n!} \right)$. در این صورت، کدام گزینه صحیح است؟

الف) a وجود ندارد (ب) $a = 0$ (ج) $a = 1$ (د) $a = \infty$

(۳) دنباله‌ی $\{a_n\}$ با دستور $a_n = \frac{a^n}{4^n + 3^n}$ ($a > 0$ ثابت) مفروض است. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) این دنباله برای همه مقادیر a همگرا است.
ب) این دنباله فقط برای $a \in (0, 3)$ همگرا است.
ج) این دنباله فقط برای $a \in (0, 1)$ همگرا است.
د) این دنباله برای همه مقادیر a واگرا است.

(۴) فرض کنید $a_1 = 2$ و برای $n \geq 1$ ، $a_{n+1} = \sqrt{4a_n - 3}$. در مورد دنباله‌ی $\{a_n\}$ ، کدام گزینه درست است؟

- الف) همگرا به ۱ است.
ب) همگرا به ۲ است.
ج) همگرا به ۳ است.
د) واگرا است.

۵) فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای مثبت و صعودی و $\{b_n\}$ دنباله‌ای مثبت و کراندار باشد. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = 1$ آن گاه

الف) دنباله‌ی $\{a_n\}$ همگراست ولی $\{b_n\}$ ممکن است واگرا باشد.

ب) دنباله‌ی $\{b_n\}$ همگراست ولی $\{a_n\}$ ممکن است واگرا باشد.

ج) دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ هر دو همگرا هستند.

د) دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ ممکن است هر دو واگرا باشند.

۶) سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{1+a^n}$ ($a > 0$ ثابت) مفروض است. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف) این سری به ازای جميع مقادیر a همگرا است.

ب) این سری به ازای جميع مقادیر a واگرا است.

ج) این سری برای $0 < a < 1$ همگرا است.

د) این سری برای $a > 1$ همگرا است.

۷) کدام یک از سریهای زیر واگرا است؟

الف) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ (ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^3+2}$ (ج) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2+1}$ (د) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n^2+2n}}$

۸) فرض کنید دنباله‌ی $\{a_n\}$ مثبت و $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف) دنباله‌ی $\{a_n\}$ همگرا است.

ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ همگرا است.

ج) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a_n}$ همگرا است.

د) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ همگرا است.

۹) کدام یک از سری‌های زیر واگرا است؟

الف) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+5}$ ب) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n}$ ج) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3n-1}$ د) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n-1}}$

۱۰) کدام یک از سری‌های زیر همگرای مطلق است؟

الف) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n^2}}{n^n}$ ج) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \sqrt[n]{2})^n$ د) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n\sqrt{2}$