

۱. ریشه‌های معادله  $\sin z = 2\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98}$  را بیابید.

۲. قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع  $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$  را بیابید.

۳. تصویر نواحی زیر را تحت نگاشت  $w = e^z$  بیابید:

۱)  $\{x + iy \mid x = 3, -\pi \leq y \leq \frac{\pi}{3}\},$

۲)  $\{x + iy \mid -5 \leq x \leq 5, y = \frac{\pi}{4}\},$

۳)  $\{x + iy \mid -2 \leq x \leq 1, 0 < y < \pi\}.$

۴. همه‌ی مقادیر برای عبارت‌های زیر را بیابید:

۱)  $(1 + i\sqrt{3})^{\pi i}$     ۲)  $(1 + i)^{\sqrt{3}}$     ۳)  $(-1)^{\sqrt{2}}$     ۴)  $(\sin i)^{-i}$

۵. تصویر مجموعه‌های زیر را تحت تابع  $w = f(z) = \sin z$  بیابید:

۱)  $\{x + iy \mid 0 \leq x \leq \pi, |y| \leq 2\},$

۲)  $\{x + iy \mid -\pi \leq x \leq \pi, y \geq 0\}.$

۶. مشتق‌پذیری تابع  $f(z)$  را در صفحه‌ی مختلط بررسی کنید و نقاط غیر تحلیلی آنرا مشخص کنید هرگاه  $f(z)$  برابر باشد با

۱)  $3x + iy^3$     ۲)  $e^y e^{ix}$     ۳)  $\sin \bar{z}$     ۴)  $2x + ixy^2.$

۷. فرض کنید  $f(z)$  در دامنه  $D$  تابعی تحلیلی باشد به طوری که  $|f(z)|$  در این دامنه تابعی ثابت باشد. نشان دهید خود  $f(z)$  تابعی ثابت است.

۸. نقاط غیرتحلیلی توابع داده شده را تعیین کنید:

۱)  $\frac{\text{Log}(1 + z^2) \tan z}{z^2 + 4}$     ۲)  $\frac{\text{Log}(z - \frac{1}{z})}{(e^z + 1)(z^2 + 1)}$     ۳)  $\text{Log}(z^2)$     ۴)  $\text{Log}(1 + z^3).$

۹. مزدوج همساز  $u(x, y)$  را در صورت وجود بیابید هرگاه

۱)  $u = 2x(1 - y)$     ۲)  $u = (x^2 - y^2)^2$     ۳)  $u = e^{-x}(x \cos y + y \sin x).$

۱۰. فرض کنید  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  تابعی تام باشد به طوری که

$$u + v = 2e^{-x}(\cos y - \sin y).$$

در اینصورت ضابطه‌ی  $f(z)$  را برحسب  $z$  بیابید.

۱۱. فرض کنید  $f(z) = u(x) + iv(y)$  یک تابع تام است که در آن  $u$  و  $v$  توابع حقیقی مقدار هستند. اگر  $f(1+i) = 2-i$ ، آنگاه ضابطه‌ی  $f$  را برحسب  $z$  بیابید.

۱۲. تابع  $T(x, y) = \sin(x^2 - y^2) \cosh(2xy)$  در چه دامنه‌ای از صفحه مختلط همساز است؟ تابعی تحلیلی بسازید که  $T(x, y)$  قسمت حقیقی آن باشد.

موفق باشید